TD révisions : calculs de dérivées

E.1 Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

1. $f : x \longmapsto (x^2 - 3{\cdot}x + 1)(1 - 2{\cdot}x)$
2. $g : x \longmapsto (-x^3 + 2{\cdot}x + 3){\cdot}(x^2 + 1)$

E.2 Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

1. $f\colon x \longmapsto x^5{\cdot}\left(x^2-1\right)$ 2. $g\colon x \longmapsto \left(2{\cdot}x^2-5x+1\right)\left(1-x^2\right)$

E.3 Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

1. $f\colon x \longmapsto \left(3 - x\right){\cdot}\dfrac{1}{x}$ 2. $g : x \longmapsto x{\cdot}\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$

On donnera l'expression des fonctions dérivées sous la forme d'un **quotient simplifié**.

E.4 Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction g définie ci-dessous :

$g\colon x \longmapsto \left(x^2 - 3\right){\cdot}\sqrt{x}$

On donnera l'expression de la fonction dérivée g' sous la forme d'un **quotient simplifié**.

E.5 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4{\cdot}x^2 + x}{3{\cdot}x^2 - x}$$

Montrer que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression : $f'(x) = \dfrac{-7}{\left(3{\cdot}x - 1\right)^2}$

E.6 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{3}{2 - x}$

Déterminer l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f.

E.7 On considère la fonction f est définie par :

$$\frac{2{\cdot}x - 1}{x^2 + x}$$

Montrer que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression : $f'(x) = -\dfrac{2{\cdot}x^2 - 2{\cdot}x - 1}{x^2{\cdot}(x + 1)^2}$

E.8 On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = 5{\cdot}x - \frac{2{\cdot}x^2 + x - 2}{4{\cdot}x - 3}$$

On note f' la dérivée de la fonction f. Déterminer les solutions de l'équation : $f'(x) = 0$

E.9 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4{\cdot}x^2+x-3}{3{\cdot}x^2+2{\cdot}x-1}$$

Montrer que la fonction f', dérivée de la fonction f admet pour expression : $f'(x) = \dfrac{5}{\left(3{\cdot}x - 1\right)^2}$

E.10 On considère les deux fonctions f et g définies par les relations :

$$f(x) = \left(x^2 - 3{\cdot}x\right){\cdot}\sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x}}$$

Déterminer les expressions des fonctions dérivées f' et g' sous la forme de quotients simplifiés.

E.11

Proposition :
Soit f une fonction dérivable sur I, a et b deux nombres réels quelconques. La fonction définit par :
$x \longmapsto f(a{\cdot}x+b)$
est une fonction dérivable sur tout intervalle J tel que :
$x \in J \implies ax+b \in J$
et sa fonction dérivée a pour expression :
$x \longmapsto a{\cdot}f'(a{\cdot}x+b)$

Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de la fonction dérivée :

(a) $f : x \longmapsto (4x-2)^7$ (b) $g : x \longmapsto \dfrac{1}{5-3x}$

E.12 Déterminer l'expression, sous la forme d'un quotient simplifié, de la fonction f' *(resp. g')* dérivée de la fonction f *(resp. g)* :

(a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{3}x-2}$ (b) $g(x) = \sqrt{3x-1}$

E.13 Déterminer l'expression de la fonction dérivée pour chacune des fonctions ci-dessous :

(a) $f\colon x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$ (b) $g\colon x \longmapsto (2x+1){\cdot}\sqrt{3x-1}$

E.14 On considère la fonction f définie sur $\left[\dfrac{1}{3}\,;+\infty\right[$ par la relation : $f(x) = x{\cdot}\sqrt{3x-1}$

Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f *(On donnera l'expression de f' sous la forme d'un quotient simplifié).*

E.15 Soit f la fonction définie par la relation :

$f\colon x \longmapsto (x+5)\sqrt{1-2x}$

(1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f.

(3) Dresser le tableau de signes de f'.

(4) En déduire le tableau de variations de la fonction f

(5) Justifier que f admet un extrémum global en $-\dfrac{4}{3}$.

E.16 On considère la fonction f définie sur $\left]-3\,;+\infty\right[$ par :

$f\colon x \longmapsto \dfrac{x^2+2x+1}{\sqrt{x+3}}$

(1) Montrer que le nombre dérivé de f en x s'écrit :

$$f'(x) = \frac{3{\cdot}x^2+14{\cdot}x+11}{2(x+3)\sqrt{x+3}}$$

(2) Dresser le tableau de signes de la fonction f'.

(3) (a) En déduire les variations de la fonction f sur $\left]-3\,;+\infty\right[$.

(b) Donner le minimum de la fonction f sur son ensemble de définition.